المدرسة الفيثاغورية

كان القوم الذين نطلقُ عليهم الآن أسم الإغريق أو اليونان مجموعةً كبيرة من القبائل التي يرجع أصلها الى العرق « الهندي — الأوربي » ، وكانوا يرعون مواشيهم في الجهات الغربية من البحر الأسود على ضفاف نهر الدانوب وفى أوائل الألف الثانية قبل الميلاد انحدر هؤلاء الرعاة الهمج الى الجنوب ، وأستوطنوا بلاد الإغريق الحالية ، بعد أن تغلبوا على السكان الأصليين ، ويدعون « الايجيين » وفى غضون ما بين سنة ٢٠٠٠ وسنة ٩٠٠ قبل الميلاد لم يكتف الإغريق بتثبيت أقدامهم فى بلاد اليونان ، بل أستولوا أيضاً على شواطيء آسية الصغرى الغربية وعلى جزر بحر إيجة وعلى جزيرة كريت ، وقوضوا الانبراطورية الحيثية ، وأسسوا مدناً ، وبدأوا حضارة لم لم يرَ التاريخ القديم قبلهم مثيلاً لها .

وهكذا نجد في ختام هذه المدة الحافلة بالهجرات والحروب والثورات أن الوضع فى الشرق الأدنى قد تطور وتغير . فقد أختفت انبراطوريتان : الحيثية فى آسية الصغرى والمينوانية فى جزيرة كريت وبحر إيجة ، كما ضعفت قوى مصر وبابل ، وظهر على مسرح التاريخ أقوام جدد كالآشوريين والفينيقيين والعبرانيين والإغريق .

وفى أثناء هذه المدة تم الانتقال من الدور البرنزي الى الدور الحديدي فالحيثيون هم أول من اكتشف الحديد وأستعمله ، وكان لهذا الاكتشاف أثره البعيد المدى فى تأريخ الحضارة البشرية . فهو لا يزال حتى اليوم عماد الكثير من الصناعات ، وخاصة صنع « المكاين » . أما أثره في الماضي البعيد ، فلم يقتصر على سير الحروب فقط ، ولكنه ، أدى الى رخص أدوات الإنتاج ، ثم زيادة الانتاج نفسه حتى أصبح في بعض الأماكن يفيض عن حاجات المجتمع ، فنشطت التجارة ، وازدادت الثروات ، وأسهم عدد أكبر من الناس فى الشؤون الاقتصادية

وقضايا المجتمع عامة ، وظهرت طبقـة التجار الى جانب طبقة الإقطـاعيين ، ثم تغلبت عليها بعد كفاح عسير .

وتنعكس صورة هذا التقدم فى أختراعين عظيمين : الأول إحلال الكتابة بالحروف الهجائية السهلة التعلم محل الـكتابة التصويرية القديـة الصعبة ، ويعود فضل أختراع هـذه الحروف الى الفينيقيين الساميين ، وعنهم انتشرت فى أنحاء العالم الغربي والحروف اللاتينية الحالية ترجع الى أصل ساميّ فنيقي أما الاختراع الثاني ، فهو استعمال المسكوكات النقدية فى التجارة ، ويعزى الى الآشوريين وهم ساميون أيضاً

إن مجاورة البلاد اليونانية للبحر وكثرة خلجانها الصالحة لرسو السفن التي هي أشبه بموانئ طبيعية ، ووجودَ الجزر الـكثيرة المتقاربة فى بحر إيجة : كل ذلك نشط الملاحة ، وأدى الى ظهور مدن تعتمد في حياتها على التجـارة والصناعة ، والى نشوء طبقة واعية من التجار فى كل مدينة من هذه المدن يجمع بينها المصلحة الاقتصادية ، وبنتيجة ذلك تألفت (حكومات المدن) ، أعني أن كلّ مدينة أصبحت حكومة مستقلة ولم تتمكن هذه المدن أن تتحد لتؤلف دولة واحدة ، بل كانت على العكس من ذلك تشتبك أحياناً فى حروب بعضها مع بعض

وأهم هذه المدن على الشاطئ الآســـيوي كانت (ميليتس) التي أمتدت تجارها الى جميع شواطئ البحر المتوســـط والى البلاد الواقعة على سواحل البحر الأسود حتى الشمالية منها ، وأستطـاعت أن تؤسس ما لايقل عن تسعين مدينـةً على شواطئ هذين البحرين ، وأن تفتتح مراكز تجارية ومستعمرات علىسواحل مصر الشمالية كما أنها اتصلت براً ببلاد ما بينالنهرين ، وبابل منها على الأخص . وهذا الأتصال بمصر من جهة وبالعراق من الجهة الثانية أدى بهم الى اقتباس الشئ الـكثير من حضارتيهما العريقتين ، وخاصة الآراء العلمية الرياضية ، إلا أن الفـكر اليوناني لم يقف عند حد الاقتبــــاس ، بل تجاوزه الى الإبداع والأختراع ، فأتى بالعجائب والغرائب ، مما لا يزال موضع الدرس وزينة العقل

وينقسم الدوراليوناني من ناحية انجازاته فى الرياضيات الى ثلاث مدارس لم تكن متعاصرة ، بل كانت متعاقبة ومتداخلة بعض الشيء : المدرسة الأولى مدرسة فيثاغورس (وهي التي ستكون مدار بحثنا اليوم) المدرســـة الثانية هي مدرسة أفلاطون وأرسطو ، أي المدرسة الآثينية المدرسة الثالثة هي مدرسة الاسكندرية ، وقامت فى القسم الإغريقي من مصر ، وأمتد نفوذها الفكري الى صقلية وبحر إيجة وفلسطين

وسنبحث عما تم من تقدم فى الرياضيات وما يتعلق بها من آراء علمية فى كل من هـــذه المدارس الثلاث على انفراد ، وتمهيـداً لبحث المدرسة الأولى لا نرى بدأً من ذكر ثاليس نظراً لأهميتـه

ثاليس : عاش ثاليس (من ٦٤٠ ق م الى سنة ٥٤٦ ق م) وهو أول يوناني أهتم بالرياضيات بصورة عامة ، وبادماج علم الفلك وعلم الهندسة ونظرية الأعداد بصورة خاصة ويقال إن أباه كان من أصل فينيقي سامي ، وإن أمه يونانية وهو من أهل مدينة (ميليتوس) التي سبق ذكرها وكان موقعها جنوبي مـــدينة (إزمير) الحالية وكان في شبابه تاجراً ناجحاً ، وفي كهولته سياسياً لامعاً ورجل دولة حكيماً أما فى شيخوخته ، فكان رياضياً وفلـكياً وفيلسوفاً لامعَ الفكر واسعَ العقل وقد نجح فى جميع الأعمال التي قام بها نجاحاً باهراً وذلك مما يدل على عبقرية متعددة الجوانب

فهو مثلاً عندما أشتغل تاجراً ، أحسّ سلفاً بجودة موسم الزيتون ، فاشترى جميع المعاصر فى المدينة بأسعار زهيدة ، وجنى من ذلك أرباحاً طائلة عند حلول الموسم. أما فى كونه رجلاً سياسياً ، فهو الذي منع مدينته أن تعقد اتفاقاً كان سيجر عليها الويلات ، وذلك قبل غزوة الفرس لبلاد اليونان التي أنتهت بكارثة على الفرس انفسهم وقد عُد بسبب ذلك أحد (العقلاء السبعة) فى زمانه ولما تفرغ للعلم والفلسفة ، قام بسفرات الى مصر والى بابل ، وهناك درس الرياضيات والفلك ، ويقول ريستد مؤلف كتاب التاريخ القديم Ancient Tims إنه تسلم من البابليين قائمة من الأرصاد الفلـكية ، ومن مثل هذه القوائم كان البابليون على علم بان كسوف الشمس

يحدث في فترات دورية وقد تعلم منهم كيف يحسب بواسطة هـذه القوائم موعد الـكسوف القابل . ثم اخبر أهل (مليتوس) أن يتوقعوا كسوفاً للشمس قبل نهاية سنةٍ عيّنها لهم . ولما حدث ما تنبأ به بالفعل ، طار صيته فى الآفاق وروى عن ثاليس هذا أقاصيص كثيرة ، نذكر شيئاً منها للتفكهة وللدلالة على ذكاء الرجل

فالقصة الأولى منقولة عن بلوتارخ : يقال إن سولون ذهب الى مدينة ميليتوس ، ونزل ضيفاً على ثاليس ، وأبدى عجبـه من أن ثاليس لم يتزوجْ ولم ينجبْ ولـكن ثاليس راغ عن الجواب ، وبعد بضعة أيام جاء رجل غريب وأوصاه بما يجب أن يفعله فلما حضر الرجل ، ادعى أنه غادر أثينا منذ عشرة أيام فقط ولما سأله سولون عما لديه من أخبار ، أجابه الرجل بما لقنه إياه ثاليس من قبل : « لا شيء ، الا وفاة شاب ، خرجت المدينة بأسرها فى موكب جنازته ، لأنه على ما قالوا كان أبن رجل محترم ، بل أعظم المواطنين فضيلة وصلاحاً ، وإن والده قد خرج بسفرة منذ زمن طويل » فأجاب سولون : « ما أتعس هذا الرجل ! ولـكن ما اسمه ؟ فأجابه : « سمعت أسمَـه ، ولـكنه لا يحضرني الآن على أن الناس كانوا يلهجون بسمو حكمته وعدالته » . ثم أستـُدرِج سولون ليذكر أسمَ نفسه ، فقال الرجل : « إن الشاب هذا هو أبن صاحب هذا الاسم ، أي سولون ، فكاد سولون يفقد رشده واذ ذاك أخذ ثاليس بيده ، وابتسم له ، وقال : « هذه الأشياء ، يا صولون ، هي التي تمنعني من الزواج والانجاب ، حتى إن رجلاً مثلك موصوفاً بقوة جلده ترنح تحت تأثيرها ، وعلى كل فلا تعبأ بهذا الخبر . فانه مختلق . »

وهو نفسه الفيلسوف الذي وقع فى الحفرة عندما كان ينظر الى السماء ليتعرف ما فيها وقد سخرت منه جاريته الذكية الحسناء وكانت من أهل (تراقيا) بقولها :

« يريد أن يعرف ما في السماء وهو يجهل ما تحت قدميه » فذهب قولها مثلاً .

ويقال إنه كان له بغل يحمله ملحاً ، ويظهر أن البغل كان من الذكاء بحيث أعتاد أن يبرك عند عبوره النهر حتى يذوب قسم كبير من الملح ، فيخف حمله فما كان من ثاليس إلا أن حمله

بالصوف ، فتضاعف حمله عندما برك فى الماء وهكذا عزف عن عادته السيئة ، وتحسنت سيرته

وكان دائماً يردّد القول المأثور : « إعرف نفسك » ولما سئل مرة : « كيف يقضي الإنسان على أحسن وجه وأصلحه ؟ أجاب : بتجنب ما نلوم غيرنا حياته على عمله » وسأله أحدهم عن المكافأة التي يجب أن يتقاضاها عن اكتشاف معين كشفه فى علم الفلك ، قال : « يكفيني مكافأة أنك عند ما روي خبر اكتشافي هذا للآخرين لا تدعيه لنفسك ، بل تنسبه إليّ »

إن شهرة ثاليس وخلود أسمه لم يقوما على نجاحه فى التجارة ، ولا على بعد نظره فى السياسة ، بل على إبداعه الفكري فى الرياضيات ولو اقتصرت فعالياته على الأمور التجارية والسياسية فقط ، لاندثر أسمه كما أندثرت المدينة التي أنبتته . ومع أنه لم يصل إلينا شيء من كتاباته ، الفيلسوف الآثيني پروكلس بعد زهاء الف سنة من وفاة ثاليس ، كتب شرحاً لهندسة إقليدس ، بدأه بخلاصة في تاريخ الرياضيات اليونانية إلى عهد إقليدس ، ذكر فيها أن ثاليس رحل إلى مصر ، فدرس فى أوقات فراغه ما يسميه المصريون « قياس الأرض » ، ولم يهتم بذلك لفائدته العملية وحدها ، بل شرع فيه بأسلوب أدى فيما بعد الى جعله علماً استنتاجياً مجرداً مبنياً على أسس منطقية عامة مسلّمة ولكنه احتفظ بمعنى الأسم الأصلي ، وترجمه حرفياً الى اليونانية ، وسماه Geometry ومعنى Geo أرض و Metry قياس أي قياس الأرض .
والأستنساخ الهندسي نوع من التعليل المحض ، يبدأ فيه المفكر من قواعد أولية متفق عليها أو متعارفات مسلّمة فيستند إليها ، ثم يتوصل منها بالنقاش والبرهان الى نتيجة ما وهو فى هذه العملية لا يستعمل إلا الحقائق المتفق على كونها قواعد أولية ، أو متعارفات مسلمة صحتها ، أو حقائق ثبت بالبرهان أنها تستند الى تلك القواعد والمتعارفات الأولية . وهذا النوع من التعليل يطلق عليه أيضاً التعليل المستند الى المتعارفات أو البديهيات .

ويعزو پركلس الى ثاليس فضل معرفة القضايا الآتية :

(١) تتشابه زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوي الساقين ، ويستدل من استعمال كلمة

« تشابه » أن ثاليس لم ينظر الى الزاوية على أنها كميـة ومقدار ، بل عدها شـكلاً كوّنه مستقيمان

(٢) قطر الدائرة يقسمها إلى جزءين متطابقين

(٣) إذا تقاطع مستقيمان كانت الزوايا المتقابلة بالرأس متشابهة

(٤) يتعين شـكل المثلث بالضبط إذا عرف طول قاعدته والزاويتان فى نهايتها .

ويضيف المؤرخ بلوتارخ فـكرة خامسة وهي معرفته

(٥) شروط تشابه المثلثات القائمة الزاوية

وقد استعان ثاليس بهذه الفـكرة الأخيرة فى أستخراج ارتفـاع أحد الأهرام المصرية . وطريقته فى ذلك أنه أخذ عصاً ذات طول معلوم ، فثبتها بصورة عمودية على الأرض ثم قاس طول الظل الذي ألقته هذه العصا على الأرض ، ثم قاس طول الظل الذي ألقاه الهرم . فاذا كان طول الظل ثماني أقدام فالعصا طولها أربع أقدام ، فالظل الذي طوله سـت مئة قدم ينشأ عن أرتفـاع قدره ثلاث مئة قدم

أما القضية السادسة التي اكتشفها ، أو ينسب إليه اكتشافها ، فهي :

(٦) الزاوية المرسـومة فى نصف دائرة تكون زاويةً قائمة ويقـال إن ثاليس ضحى بثور أبتهاجاً باكتشافه هذا

إن القضايا المارة الذكر سهلة جداً يتعلمها الطالب فى العصر الحاضر فى المراحـل الأولى من الدراسة الثانوية والحقيقة أن أهمية عمل ثاليس لا تقاس بهـــذا العدد الضئيل من النظريات السهلة ، ولـكنها تقوم على افتراض اعتماده على التعليل المنطقي فى إثباتها ، لا على الالهام أو التجربة ، وبذلك وضع الحجر الأساسيّ لعلم الهندسة الحديث الذي لولا هو ما تقدمت الهندسة ولا أصبحت علماً عظيماً من العلوم المجردة وعاملاً مهماً فى العصر الآليّ الحديث .

لقد تطرقنا الى ذكر ثاليس ، لأنه اتجـه الاتجاه العلمي الصحيح ، ولأن الشخص الذي سمينا المدرسة باسمه ، وهو فيثاغورس ، كان فى شبابه تلميذاً لثاليس هذا ، لـكنه بز أستاذه ، أو

في الأقل كان ما تركه من أثر أعظم مما تركه أستاذه ونتقدم الآن الى ذكر فيثاغورس ومدرسته :

فيثاغورس — يقال إنه كان ألمع تلاميذ ثاليس هذا ، وقد اختلف المؤرخون فى تأريخي ولادته ووفاته لكنه ولد فى أغلب الاحتمالات فى حدود عام ٥٨٢ ق. م وتوفي عام ٥٠١ ق.م ويرجح أنه ولد فى (جزيرة ساموس) ، وهي قريبة من ميليتوس على البر الأصلي من آسية الصغرى وهوكأستاذه ثاليس يرجع بأصله إلى الفنيقيين الساميين ، على أن بعض المؤرخين لا يؤيد ذلك ، ويروى أنه بعد أن أتم دراسته على ثاليس نصحه أستاذه هذا أنه إذا أراد المزيد من نور العلم فليرحل إلى مصر لكن فيثاغورس لم يكتف بالسفر الى مصر ، بل رحل إلى بابل أيضاً وإلى الهند والصين على ما يقال

والحقيقة أن العصر الذي عاش فيه فيثاغورس كان مملوءاً بفعاليات عظيمة تتمخض عن تطور جديد فى حياة البشرية ذلك أن بوذا في الهند كان ينشر تعاليمه ، وكان كنفوشيوس فى الصين يضع أسس فلسفته الاجتماعية والدينية . أما فى ايران فكانت قد انتشرت تعاليم زورو آستر (زرادشت) منذ أمد قصير أضف الى ذلك أن ورق البردي ، الذي كان يستعمل فى مصر للكتابة عليه ، قد أدخل الى بلاد اليونان فى حدود سنة ٥٦٠ ق م ويقول العلامة دافيد يوجين سميث المؤرخ الرياضي المشهور : « إن أختراع المطبعة فى القرن الخامس عشر لم يعمل — على وجه التأكيد — على إحداث ثورة فكرية أكثر مما عمل إدخال ورق البردي فى بلدان شواطيء البحر المتوسط الشمالية قبيل ظهور ثاليس »

لا توجد معلومات موثوق بها عن رحلات فيثاغورس الى الشرق ولكن طبيعة فلسفته تشير الى أتصاله بالشرق ، واقتباسه الكثير من الآراء والمعلومات من منابعها الأصلية هناك ، فمن جملة ذلك أنه جعل للأعـــداد قيماً روحية كما أنها ترمز فى الوقت ذاته الى أمور كونية . والحقيقة أن فلسفة فيثاغورس كانت أقرب الى فلسفة هؤلاء منها الى فلسفة الإغريق التي ولد فى أحضانها

يقول أور أستاذ شرف للرياضيات فى جامعة ييل في كتابه « نظرية العدد وتاريخها » :
« إن الاكتشافات الحديثة فى الرياضيات البابلية ألقت ضوءاً على تاريخ العلم الإغريقي القديم ، وإن نمو المعلومات الرياضية عند الإغريق قبل أقليدس كان على الدوام محوطاً بشيء من الغموض ، وكان من العسير فهم سر هـــذا التقدم السريع فى المراحل الأولية التي يمثلها تاليس الميليي والفيثاغوريون الى النظام البديع الذي تم الوصول اليه في زمن أقليـدس ، بل ربما كان قبله . ولا مناص لنا من الإقرار بأن الإغريق اقتبسوا حقائق وطرائق رياضية عن الـكنوز البابلية أكثر مما كان يتصور لحد الآن »

أما النظرية المسماة باسمه ، أي نظرية فيثاغورس ، فقـــد كانت معروفة لدى البابليين قبل فيثاغورس بما لا يقل عن ألف عام ففي طبعة جـــديدة للنصوص المسمارية من قبل نيگا باور وساكس عام ١٩٤٥ ورد وصف للوحة طين فى مكتبة پلمپتون فى جامعة كولمبيا جديرة بأن تكون من أعظم السجلات الفاصلة فى تاريخ الرياضيات ، إذ إنها تتضمن جدولاً يحتوي على أضلاع مثلثات قائمة الزوايا ، يصل طول أضلاعها الى أعداد كبيرة جداً . فالمثلث الذي أضلاعه مثلاً : ١٢٧٠٩ و ١٣٥٠٠ و ١٨٥٤١ ، هو مثلث قائم الزاوية ومعنى ذلك أنهم لم يكونوا على علم بنظرية فيثاغورس حسب ، بل كانوا قد اكتشفوا القانون الذي يتم بموجبه أستخراج أي مثلث قائم الزاوية إطلاقاً ، ولا سيما تلك التي لا يوجد بين أضلاعها أي قاسم مشترك ولكن العقلية الدينية المحوطة بالأسرار فى ذلك العهد ، ورغبة الـكهان فى أحتكار العلم لأنفسهم وأستغلاله لمصلحتهم ، ربما كانت السبب فى عـدم أنتشارهـا ، كما أن الـكتابة على الأحجار يصعب نقلها وتداولها ، بخلاف الـكتابة على ورق البردي ، وربما كان هذا سبباً آخر

وقد جاء فى رواية عن أيا مبليكوس فى كتابه (دى ڤيتا گوريكا) أن فيثاغورس درس الهندسة والفلك فى مصر منذ كان فى الثانية والعشرين من عمره حتى بلغ الرابعة والأربعين ، ثم أسره البابليون فدرس في بابل اثنتي عشرة ســـنة أخرى ، فوصل الى أسمى المراتب فى علم الحساب والموسيقى وفى فروع المعرفة الأخرى

ولما عاد بعد ذلك من تجواله الى وطنه الغرب ، لم يُقم في مسقط رأسه جزيرة ساموس ، لأسباب سياسية ، بل أسس مدرسته فى مدينة (كروتونا) وهي ميناء غني يقع فى الجنوب الشرقي من إيطاليه فى المنطقة التي كان يطلق عليها إذ ذاك اسم (اليونان العظمى Magna Graecia) . وهناك تعرّف إلى أبناء الأثرياء وأصحاب النفوذ ، واستطاع بدهائه وقوة شخصيته وتظاهره بمعرفة الغيب وأسرار الطبيعة وزهده وتقشفه أن يجمع حوله منهم زهاء ثلاثمئة شاب ، وأسس أخوه أول جمعية سرية ، صارت فيما بعد مثالاً للجمعيات السرية التي قامت فى أوربة وأمريكة . وكان أفراد هذه الجمعية على مرتبتين : الأولى الحلقة الداخلية ، ويتمتع أفرادها بالعضوية الكاملة ، وتتألف من الرياضيين والثانية الحلقة الخارجية وتتألف من المستمعين ، ويكون أعضاؤها تحت التجربة ، ولا يعرفون جميع الأسرار التي يعرفها أعضاء المرتبة الأولى ، بل يعرفون بعضها ومن يجتاز منهم دور التجربة بنجاح ، ينقل الى المرتبة الأولى . وكان شعارهم النجم ذو الأروس الخمسة ، وهم يعدون المال والمعرفة والفلسفة ملكاً مشاعاً بينهم ، وقد قيدوا أنفسهم بالتزامات أدبية تنظم حياتهم وكانوا يمارسون بالفعل ما يعظون به : من ضبط النفس ، والاعتدال ، والعفة ، ونقاء الضمير ، والتقشف فى العيش ، وتجنب أكل لحم الحيوان ، لأنه قريب من الانسان وكانوا يؤملون بهذه الوسيلة أن يطهروا النفس من أدران الحياة الفانية، ويهيؤوها للحياة بعد الموت فقد كانوا يعدّون الجسم سجناً وقتياً للنفس . وقد كان فيثاغورس يبشر بخلود الروح وبتناسخ الأرواح ، فكان يقول : « عندما نعيش تكون أرواحنا ميتة ومدفونة فى أجسامنا ، وحين نموت تنتعش أرواحنا وتحيا » ويتضح من هذه الآراء مدى اتصاله بالهند ، أو على الأقل بالعقلية أو الفلسفة الهندية

وكانت مهمة الفيثاغوريين فى أول أمرهم الحصول على المعرفة فاذا توصل أحدهم الى حقائق جديدة ، تصبح ملكا مشاعاً للجميع ، ولا يجوزون إفشاءها لغيرهم ومن يخالف ذلك يكن الموت جزاءه ويقال إنهم أغرقوا اثنين من اتباعهم ، لأن أحدهما تباهى بأنه اكتشف الجسم المنتظم ذا الاثني عشر وجهاً ، والثاني لأنه أذاع أن ٧ ٢ كمية لا نسبية ، أي لا يمكن التعبير

عنها كنسبة بين عددين صحيحين بتاتاً . ولذلك أصبح من المتعذر نسبة الاكتشافات العلمية الى أصحابها الحقيقيين بخاصةً أنهم جميعاً كانوا ينسبون اكتشافاتهم الى زعيمهم فيثاغورس وفي أثناء بحثهم عن القوانين الكونية العامة لعناصر الطبيعة والمجتمع ، درسوا ما يسمونه المجموعة الرباعية . وتتألف من نظرية الأعداد والهندسة والفلك والموسيقى

ويلوح لنا أن فيثاغورس كان يطمح الى زعامة سياسية عن طريق العلم والفضيلة فان سبب هجرته من جزيرة ساموس كان لأسباب سياسية كما ذكرنا ، كما كان هو وجمعيته فيما بعد يستهدفون ، فيما عدا الغايات العلمية ، إصلاح المجتمع وتطهيره بإيداع الحكم عند أفضل الرجال خلقاً وعلماً وكفاية ، أي بتأسيس حكومة يسيطر عليها أعظم رجال الفكر وأصلحهم . ولكن هذه الآراء لم ترق من بيدهم مقاليد الأمور في (كروتونا) ، فأثاروا عليهم الغوغاء عدة مرات ، وفي سنة ٥٠١ ق. م قتلوا كثيرين منهم ، وأحرقوا بيوتهم ، فهرب فيثاغورس مؤسس الأخوّة أي الجمعية إلى مدينة (تارنتم) في جنوب إيطالية أيضاً ، وهناك مات في منفاه في السنة نفسها

أما اتباعه فاحتفظوا بتعاليمه ، لكنهم خففوا قليلاً من غلواء بعض مبادئه

نتكلم الآن على أهم ما أنجزه الفيثاغوريون في العلوم الرياضية ، ونبدأ أولاً بالحساب :

كان الفيثاغوريون يعتقدون أن في العدد مفتاح أسرار الكون ، أو أنّ الكون مؤلف من أعداد ، أي إن في كل شيءٍ عدداً ويحتمل أن ما دفعهم الى مثل هذا التفكير هو اكتشافهم أن توافق الألحان في الموسيقى ينجم عن مراعاة نسب عددية خاصة في أطوال الأوتار ، وأن لكل برج سماوي شكلاً خاصاً وعدداً معيناً من النجوم وقد سجل أرسطو آراء الفيثاغوريين فالعدد واحد نقطة ، والعدد ٢ خط ، والعدد ٣ سطح ، والعدد ٤ فراغ أو حجم وهذا سهل واضح ، الا أنهم من جهة أخرى ، شخصوا بعض الصفات الانسانية بالأعداد ، فالعدد واحد يمثل العقل أو العلّة ، وهو أصل الأعداد جميعاً ، والعدد ٢ يمثل الرأي أو الفكرة لأنها غير معينة ولا حدود لها كما يمثل الأنوثة ، أما العدد ٣ فيمثل الذكورة لأنه لايقبل القسمة أو الانقسام ، أما العدد ٤ فيمثل العدل لأنه أول مربع كامل ناشيءٌ عن ضرب عددين متساويين أي متعادلين أو متوازيين

تماماً ، والعدد ٥ يمثل الزواج لأنه ينتج عن جمع أول عدد أنثى ، أي ٢، مع أول عدد ذكر،أي ٣ ، أما العدد ٧ فيمثل العذرة أي البكارة إذ لاعوامل لها وكان عندهم الأضداد العشرة يقرنونهـا بالأعداد الزوجية والفردية ، مثل المنتهي واللانهائي ، الواحد والكثير ، اليمين واليسار .. الخ

وكانوا يقدسون العدد ٤ خاصة ، لأنه كان في رأيهم يمثـل عناصر الطبيعـة الأربعة : الماء ، والهواء ، والنـار ، والأرض ، إذ كانوا يعتقدون أن جميع المخلوقات تعود بأصول تكوينها الى هذه العناصر الأربعة مضـافاً إلى ذلك أن ١ + ٢ + ٣ + ٤ = ١٠ ولذلك كانت صلاتهم للعدد ٤ على الصيغة التالية :

« بارِكنا أيها العدد السماوي ، أنت الذي تنتج الآلهة والناس! أيها القدوس الرابوع الطاهر أنت الذي وسّمت أصل الخليقة المتدفقة أبدياً ، وملـكت ينبوعها » لأن العدد السماوي يبـدأ بالوحدة النقية العميقة حتى يصل الى الأربعة المقدسة ، فتنجب أمّ الـكل الشاملة للـكل المحيطة بالـكل الولد البكر التي لا تحيد ابداً العشرة المقدسة التي لا تـكل وبيدها مقاليد كل شيء !

وكانوا يصنفون الأعداد بطرائق شتى ، نذكرها لطرافتها :

١ — الأعداد المتحابّة : سئل فيثاغورس مرة : « من الصديق ؟ فأجاب « هو الشخص الذي هو أنا الآخر مثل ٢٢٠ و ٢٨٤ » ويقصد بذلك أن قواسم العدد ٢٢٠ ، وهي : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠ ، يبلغ مجموعها ٢٨٤ ، وأن قواســم العدد ٢٨٤ ، وهي : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢ ، يبلغ مجموعها ٢٢٠ وكان الفيثاغوريون يقولون عن هذه الأعداد إنها متحابة والحقيقة أن إيجاد مثل هذه الازواج من الأعداد ليس سهلاً ، فان ديكارت وفان شوتي ، اكتشفا ثلاثة منها أما أويلر، فقد اكتشف ما لايقل عن٦١ زوجاً وما اكتشف منها حتى الآن يبلغ ٣٩٠ زوجاً ولا يعرف حتى الآن هل عدد هذه الأعداد لانهائي أو منتهٍ . وكان من الناس مَن يتفاءلون بهذه الأعـداد ، فيروى عن أحد الأمراء في القرون الوسطى ، وكان مجموع حروف أسمه بموجب الحساب الأبجدي يبلغ ٢٨٤ حرفاً ، أنه كان يبحث

عن زوج يبلغ مجموع أسمها بالحساب نفسه العدد ٢٢٠ ، لاعتقاده أن في ذلك ضماناً مساوياً لزواج سعيد

٢ — الأعداد الكاملة : والعدد الكامل هو العدد الذي اذا جمعت قواسمه وفي ضمنها الواحد ، كان المجموع مساوياً للعدد نفسه مثل الأول ٦ = ١ + ٢ + ٣

أو الثاني ٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤

ولم يُكتشف من هذه الأعداد حتى الآن إلا اثنا عشر عدداً في ضمنها العددان المذكوران آنفاً .

الثالث ٤٩٦ = ١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣١ + ٦٢ + ١٢٤ + ٢٤٨

الرابع ٨١٢٨

الخامس $٢^{١٢}(٢^{١٣} - ١)$ = ٣٣٥٥٠٣٣٦

السادس $٢^{١٦}(٢^{١٧} - ١)$ = ٨٥٨٩٨٦٩٠٥٦

السابع $٢^{١٨}(٢^{١٩} - ١)$ = ١٣٧٤٣٨٦٩١٣٢٨

الثامن $٢^{٣٠}(٢^{٣١} - ١)$ = ٢٣٠٥٨٤٣٠٠٨١٣٩٩٥٢١٢٨

التاسع $٢^{٦٠}(٢^{٦١} - ١)$ = عدداً مؤلفاً من ٣٧ رقماً

العاشر $٢^{٨٨}(٢^{٨٩} - ١)$ = « « « ٥٤ «

الحادي عشر $٢^{١٠٦}(٢^{١٠٧} - ١)$ = « « « ٦٥ «

الثاني عشر $٢^{١٢٦}(٢^{١٢٧} - ١)$ = « « « ٧٧ «

والأعداد الكاملة من العدد السادس فما فوق ، أُكتشفت منذ القرن الخامس عشر الميلادي حتى الآن

٣ — الاعداد المنضدة أو المضلعة : درس الفيثاغوريون الأعداد بتشكيلات من النقط تنضد على وفق أشكال هندسية ، فقالوا الأعداد المثلثية عن الأعداد :



١ ٣ ٦ ١٠ ١٥

وهي تنتج :

١ = ١

٣ = ١ + ٢

٦ = ١ + ٢ + ٣

١٠ = ١ + ٢ + ٣ + ٤

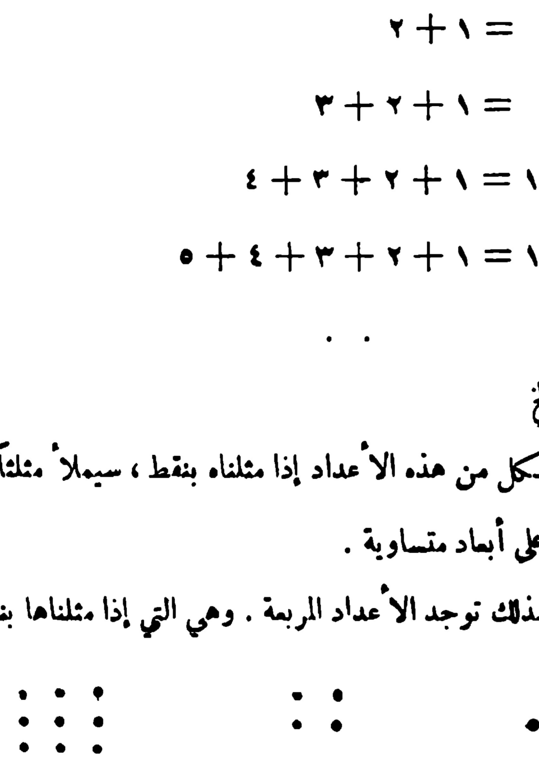
١٥ = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥

. . .

الخ

فكل من هذه الأعداد إذا مثلناه بنقط ، سيملأ مثلثاً متســـاوي الأضلاع إذا وضعت النقط على أبعاد متساوية .

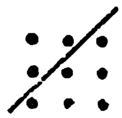
كذلك توجد الأعداد المربعة . وهي التي إذا مثلناها بنقط ، تملأ مربعاً مثل :

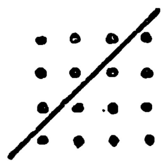


١ ٤ ٩ ١٦ . . الخ

ولقد اكتشفوا بعض الخواص السهلة لهذه الأعداد ، أهمها أنك إذا جمعت عددين مثلثين متتابعين تحصل على عدد مربع كما

١ + ٣ = ٤ 

٣ + ٦ = ٩ 

٦ + ١٠ = ١٦ 

لقد قسم اليونانيون الحساب إلى نوعين : الأول ، ويسمونه Logistic ، هو الحساب العملي ، ويستعمل فى المعاملات اليومية كالبيع والشراء والقياس والربح والخسارة ... الخ والثاني ، ويسمونه Arithmatic ، أي الحساب النظري ، وهو فى الواقع نظرية الأعداد ومن الجلي أن الفيثاغوريين نحوا بالحساب نحواً نظرياً ، أي أنهم لم يقفوا فيه عند حدود فوائده العملية ، بل نظروا فيه كعلم مجرد وهذا أمر لا تخفي أهميته

أما ما أنجزه الفيثاغوريون في علم الهندسة ، فلا يقل أهمية عما أنجزوه فى علم الحساب وسنذكر أهم ما توصلوا إليه فى علم الهندسة

١ — إنهم كانوا يعرفون خواص المستقيمات المتوازية ، فاعتمدوا عليها فى إثبات أن مجموع زوايا أي مثلث كان يساوي زاويتين قائمتين ، وأستنتجوا النظريات المعروفة عن مجموع (١) الزوايا الداخلية و (٢) الزوايا الخارجية لأي مضلع كان

٢ — اخترعوا طرائق لتحويل مضلعات معلومة ، أو مجموع مساحات مثل هذه المضلعات ، أو الفرق بينها إلى مضلعات تكافؤها فى المساحة وتختلف عنها فى الشكل ، مثل كيفية رسم متوازي أضلاع وعلم منه طول قاعدته وإحدى زواياه بحيث يكافى مثلثاً أو مضلعاً معلوماً ، أو رسم مثلث يكافىء مضلعاً معلوماً

٣ — نظرية فيثاغورس المشهورة ، وهي أن المربع المنشأ على الوتر فى المثلث القائم الزاوية

يساوي مجموع المربعين المنشأين على الضلعين القائمين ، ويقال إنه حين أنجز إثبات صحة هـذه النظرية ضحّى بمئة ثور إكراماً للآلهة واعترافاً بجميلها عليه

ولقد بينا سابقاً أن هذه النظرية كانت معروفة لدى البابليين قبل الفيثاغوريين بألف عام ومع أنه لم يتبين حتى الآن أكان البابليون قد أثبتوا صحة هذه النظرية أم لا ، فمن الصعب أن نقول إنهم كانوا يجهلون برهانها ، بخاصة أن البحوث الآثارية والتنقيبات لمّا تنته بعد . أضف إلى ذلك أن الطريقة التي برهن بها الفيثاغوريون على هذه النظرية ليست معروفة على وجه التأكيد ، فقد جمع هوفن ٣٠ ثلاثين برهاناً مختلفاً لها

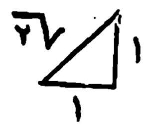
٤ — عملوا على توسيع نظرية التناسب ، لكنهم لم يستخدموهـا إلا في الكميات النسبية فقط ، وكانوا على علم بخواص الأشكال المتشابهة ويعزو بلوتارخ الى فيثاغورس نفسه حل مسألة تتعلق بكيفية رسم مضلع يشابه مضلعاً معلوماً ويكافيء مضلعاً آخر وحل مثل هذه المسألة ، يتطلب معرفة أن مساحات المضلعات المتشابهة تتناسب مع مربعات أضلاعها المتناظرة

٥ — عرفوا الأشكال المجسمة المنتظمة الخمسة وكانوا يعتقدون أن العالم مكون من خمسة عناصر تتناظر مع الأشكال المجسمة المنتظمة الخمسة فالأرض نشأت عن المكعب ، والنار عن الهرم الثلاثي المنتظم (أي ذي الأربعة الأوجه المنتظم) ، والهواء عن ذي الثمانية الأوجه المنتظم ، والماء عن ذي العشرين وجهاً المنتظم ، والكرة الكونية عن ذي الأثني عشر وجهاً المنتظم .

٦ — اكتشفوا كيفية رسم المخمس المنتظم . وكان شعارهم كما أسلفنا النجم المنتظم ذا الخمسة الأرؤس ، ورسم هذا الشكل يعتمد على ما يسمى القسمة الذهبية ، ، وهي تقسيم خط قسمةً ذات وسط وطرفين

٧ — اكتشفوا الأعداد اللا قياسية ، أو على الأقل واحـداً منها هو $\sqrt{2}$: وهذه الأعداد تسمى أيضاً الأعداد اللا نسبية ، وهي التي لا يمكن استخراج قيمها بالضبط ، ولا يمكن أن تمثل بكسر اعتيادي ، أو بنسبة بين عددين صحيحين ، أو بكسر عشري منته

فالمثلث القائم الزاوية إذا تساوى ضلعاه القائمان ، لا يمكن قياس طول وتره بدلالة الضلع قياساً



مضبوطاً كما أن $\sqrt{٢}$ لا يمكن استخراج قيمها ، بدلالة النسبة بين عددين صحيحين ، فهي تساوي ١ر٤١٤٢٠٠٠٠ الى ما لا نهاية له من الأرقام العشرية ثم إن القسمة الذهبية التي أشرنا إليها تؤدي أيضاً الى عدد لا نسبي آخر ، هو $\sqrt{٥}$

ولما كانت فلسفة الفيثاغوريين تقوم على اعتبار أن الأعداد الصحيحة هي الأصل المتحكم في الطبيعة ، وأنه في الوسع التعبير عن كل الأشياء بهذه الأعداد فقط ، فقد كتموا الأعداد اللاقياسية ويقال إنهم أغرقوا أحد أعضاء جمعيتهم ، لأنه أذاع أن $\sqrt{٢}$ لا يمكن أن يعبر عنه بأعداد صحيحة ولكن الحقيقة لم تلبث أن ظهرت إذ لا يمكن أن تبقى خافية إلى الأبد ؟

محيي الدين يوسف